

**Демонстрационный вариант заключительного этапа олимпиады
9 класс**

Время на выполнение заданий — 100 минут

Нужно привести решение всех заданий. Ответы без решений не засчитываются. Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все необщезвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе. Всегда обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи.

Удачи!

Задание 1. «Онлайн-вклады» (25 баллов)

Многие банки, работающие с физическими лицами, предлагают, наряду с обычными вкладами, так называемые онлайн-вклады. Клиенты, подключенные к онлайн-сервису банка (интернет-банкинг), имеют возможность открыть вклад в банке через Интернет без своего физического присутствия в одном из отделений банка. Зачастую процент по вкладу, открытому через онлайн-сервис банка, выше (хоть и незначительно, на десятые доли процентного пункта), чем по аналогичному вкладу, открытому лично в одном из отделений банка. Используя экономическую аргументацию, объясните, почему банкам может быть выгодно предлагать своим онлайн-клиентам более выгодные условия по депозитам.

Задание 2. «Три тарифа» (25 баллов)

Компания Еле2 является единственным сотовым оператором в городе Z-ске. В преддверии новогодних праздников компания обновила линейку тарифов, к которым жители Z-ска могут подключиться. Новая линейка состоит из трех тарифов, отличающихся ценой звонков и текстовых сообщений (SMS). Цена разных видов услуг для этих тарифов приведена в таблице:

Тариф	«Обычный»	«Новогодний»	«Рождественский»
Цена звонков (руб./мин.)	5	2	8
Цена SMS (руб./сообщение)	3	7	1

У разных жителей города разные потребности в услугах Еле2. Пусть x — количество минут звонков, которое в течение месяца совершает житель города, а y — количество текстовых сообщений, которое он отправляет (эти параметры для каждого жителя не зависят от цен на услуги связи). Каждый житель может выбрать только один тариф. Определите для всевозможных пар (x, y) , таких что $0 \leq x \leq 1000$ и $0 \leq y \leq 1000$, какой тариф выберет житель города для минимизации своих расходов на

связь. Для наглядности отметьте в координатах (x, y) множества точек, соответствующие выбранным тарифам (если бывают такие пары (x, y) , для которых оптимальными являются несколько тарифов, отметьте и подпишите эти множества тоже).

Задание 3. «Опрос» (25 баллов)

Вася, начинающий экономист и большой любитель сладостей, получил от одной кондитерской фабрики заказ: исследовать, сколько средств жители его родного города N -ска тратят на пирожные. В N -ске есть три района: Центр, застроенный малоэтажными домами ещё в царское время, Спальный район, застроенный типовыми многоэтажками, и Частный сектор, застроенный частными домами. В Центре проживает 10 тысяч человек, в Спальном районе — 100 тысяч, в Частном секторе — 2 тысячи. Вася должен опросить 500 жителей N -ска. Определиться с тем, кого конкретно нужно опрашивать, Вася не может. Он рассматривает несколько альтернатив:

1. выйти на улицу к оживленному месту у входа на рынок и опрашивать всех подряд, пока не наберется 500 ответивших человек;
2. опросить всех жильцов одной случайно выбранной многоэтажки из Спального района, двух домов из Центра и одной улицы из Частного сектора, в сумме как раз получив выборку размером 500 человек;
3. опубликовать на популярной в N -ске странице в социальной сети онлайн-опрос и дожидаться, когда на него ответят 500 человек.

Вася должен провести высококачественное исследование — это первый приоритет Васи (халтуру заказчики не примут). С другой стороны, Вася хотел бы сэкономить на проведении опроса (при условии, что он будет высококачественным), потому что его гонорар не зависит от того, сколько денег он потратил в процессе работы.

а) Предположим, Васе нужно узнать средние расходы на пирожные в N -ске в целом. Какой метод вы бы посоветовали ему выбрать?

б) Предположим, Васе нужно узнать средние расходы на пирожные жителей каждого района N -ска по отдельности. Какой метод вы бы посоветовали ему выбрать?

Задание 4. «Маскилон» (25 баллов)

Завод фирмы-монополиста «Маскилон» может производить два типа крупногабаритных товаров: космические корабли и ракеты-носители. Издержки производства космических кораблей и ракет-носителей равны $TC(q_k) = q_k^2 + 2q_k$ и $TC(q_p) = 4q_p$ соответственно. «Маскилон» сбывает товар на удаленных рынках и вынужден осуществлять доставку товара. Кроме «Маскилона», доставлять его товар никто не умеет. Издержки на доставку пренебрежимо малы по сравнению с издержками на производство, но общие транспортные мощности ограничены 10 единицами. Один космический корабль требует 0,5 единицы транспортных мощностей, а одна ракета-носитель — 1 единицу. Монопольные рынки космических кораблей и ракет-носителей независимы друг от друга, а функции спроса на них описываются функциями $Q_k(p_k) = 100 - p_k$ и $Q_p(p_p) = 40 - p_p$ соответственно.

Какое количество каждого товара следует произвести «Маскилону», чтобы получить максимальную прибыль?